平行平板に周期的な凹凸を設けた流路内流れの遷移と圧力特性
臨界レイノルズ数と圧力特性に及ぼす凹凸形状の影響 *

足立　高弘 *1，上原　春男 *2

Transitions and pressure characteristics of flow in channel with periodically contracted-expanded parts. *

Takahiro ADACHI*1 and Haruo UEHARA*2

*1 OTEC Lab., Science and Engineering, Saga University
*2 Science and Engineering, Saga University

Transitions of flow in periodically contracted-expanded channel and pressure characteristics are numerically investigated for effects of the channel geometries by using finite difference method. The flow fields are assumed to be two-dimensional and periodically fully developed. Steady state solution of the flow is obtained for relatively small Reynolds number, whereas it becomes unstable and self-sustained oscillatory one at the critical Reynolds number depending on the channel geometry. The critical Reynolds numbers are obtained for various channel geometries. It is found that the self-sustained oscillatory flow occurs as a result of Hopf bifurcation driven by a Tollmien-Schlichting wave. Moreover, it is seen that the pressure drop decreases for the expanded channel geometry compared with that of parallel plate flow for the subcritical Reynolds numbers, while increase for the supercritical Reynolds numbers. On the other hand, the pressure drop for the contracted channel is always larger than that of the parallel plate flow.

Key Words : Transition, Oscillatory flow, Stability, Pressure drop, Periodically contracted-expanded channel

1. 緒　　言

熱源間の小さい温度差を利用する発電サイクルである，海洋温度差発電を低コストでコンパクトに建設するため，高性能でコンパクトで安価な熱交換器としてプレート式熱交換器がよく用いられている．このプレート式熱交換器の性能を向上させる目的で，平行平板間流路の途中に障害物を配置したり，平板を凹凸にしたりすることが行われてきた．このようにすることで，流れの剥離や自励振動が誘起され，温度境界層の発達が抑制されるため，熱交換が促進されることが知られている(1) (2).

平板間流路に周期的に障害物を配置する研究は，これまでにもいくつか行われてきた．例えば，フィン(3)や円筒形のロッド(4)を配置したり，それらを複数列(5)にわたり配置するものである．また，平板の片側あるいは両側に周期的に矩形の拡大部分(6) (7)を設けたり，正三角形の拡大部分(8) を設けた研究がある．このような流路を流体が通過する場合には，流れ場および温度場の助走区間は短く，障害物や凹凸を３個から４個通過すると，障害物や凹凸の間隔と同じ周期を持った十分発達した状態に達することが実験(8) (9)により報告されている．数値計算では，２個の障害物または凹凸を有する流路（これを１周期と呼ぶ）の場合について，入口と出口の条件が同じ（周期境界条件という）として流れ場と温度場を求めることが行われてきた(3) (4)．熱伝達は，障害物を配置することにより平行平板の場合と比べて３倍から４倍促進されるが，同時に圧力損失も増大することが報告されている．

本報では，プレート式熱交換器のモデルとして，流れ方向に直角に周期的な凹凸がある平板間流れを取り扱う．凹凸が平行平板の中心線に対して対称な場合と非対称な場合とについて，流れ場の状態を数値計算により２次元的に求める．そして，流体自励振動が発生する臨界レイノルズ数と圧力損失の関係を凹凸の形状を変化させて解析した結果を報告する．

主な記号の説明

A : 速度変動の振幅の自乗

a_u ：平行平板の中心線から上方凹凸面までの高さ

* 原稿受付 平成 12 年 4 月 20 日
*1 佐賀大学理工学部附属海洋温度差エネルギー実験施設
*2 佐賀大学理工学部機械システム工学科
Email: adachi@me.saga-u.ac.jp

a_l：平行平板の中心線から下方凹凸面までの高さ
h：平行平板間隔の半値幅，代表長さ
L：流路周期長さ
l：凹凸面長さ
p：圧力
Re：レイノルズ数
T：振動流の振動周期
U_m^*：平均流速
U^*：代表速度
Δp：圧力損失
λ：圧力損失係数
ν^*：動粘性係数
ρ^*：密度
ψ：流れ関数
Ω：振動数
ω：渦度
$*$：次元を有する物理量を表す添え字

2. 基礎方程式と境界条件

図 1 に，平行平板に周期的な凹凸を設けた流路を示す．ここでは，図に示すように，幅 $2h^*$ の平板に拡大部分あるいは縮小部分からなる周期的な凹凸を持つ 2 次元流路を考える．図 1(d) は図 1(a) に示される A 部を拡大したもので，流路の 1 周期分を取り出したものである．座標軸は図 1(d) に示すように流れ方向に x^* 軸をとり，それに直角に y^* 軸をとる．流れは 2 次元非圧縮粘性流とする．このとき，代表長さとして平板の幅の半値 h^*，代表速度として $U^* = \frac{3}{2}U_m^*$（U_m^* は流路の平均流速) を用いて無次元化を行う．アスタリスク $*$ の付いた物理量は次元を有することを意味する．これらの代表量を用いて物理量を無次元化すると，基礎方程式となる渦度輸送方程式およびポアソン方程式は，渦度 $\omega(x,y,t)$ と流れ関数 $\psi(x,y,t)$ を用いて無次元形で次のようになる．

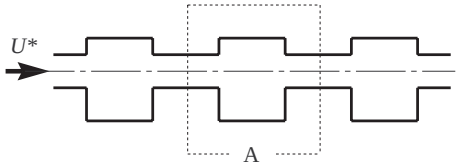
$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial \omega}{\partial x}\frac{\partial \psi}{\partial y} - \frac{\partial \omega}{\partial y}\frac{\partial \psi}{\partial x} = \frac{1}{Re}\nabla^2 \omega, \tag{1}$$

$$\omega = -\nabla^2 \psi. \tag{2}$$

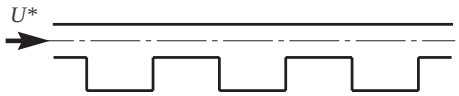
レイノルズ数は，$Re = U^* h^* / \nu^*$ と定義される．さらに，流路の凹凸形状を決める無次元パラメータとして，流路の周期 L，凹凸面の長さ l および平行平板の中心線から上下凹凸面までの高さ a_u および a_l を次式で定義する．

$$L = L^*/h^*, \quad l = l^*/h^*, \quad a_u = a_u^*/h^*, \quad a_l = a_l^*/h^*. \tag{3}$$

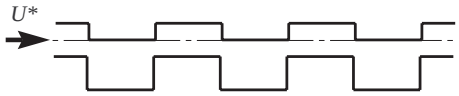
このとき，$a_u = a_l = 1$ なら平行平板間流路であり，$a_u, a_l > 1$ ならば凹面を有する拡大流路，$a_u, a_l < 1$ のときは凸面を有する縮小流路である．



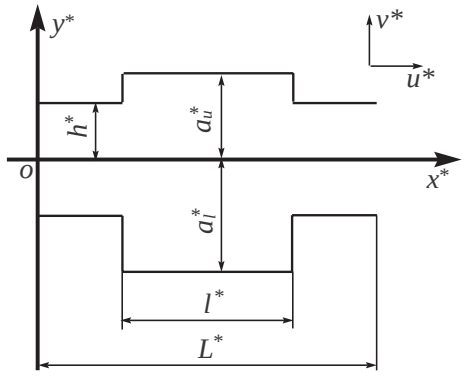
(a) Channel with expanded parts in both plates



(b) Channel with expanded parts in one plate



(c) Channel with contracted-expanded parts



(d) Enlargement of part A

Fig. 1　Geometry and co-ordinates

境界条件としては，壁面において粘着条件を課す．すなわち，下面に対しては

$$\psi = 0, \tag{4}$$

上面に対しては

$$\psi = \frac{4}{3}, \tag{5}$$

とする．また，流れは十分発達したものであり，流路の流入部および流出部において周期境界条件が成り立つものとすると

$$\psi(x + mL, y, t) = \psi(x, y, t), \tag{6}$$

$$\omega(x + mL, y, t) = \omega(x, y, t), \tag{7}$$

となる．ここで，m は任意の整数を意味するが，本研究ではこれまでの研究結果[5] [6]を参照して $m = 1$ と仮定する．

流路内における圧力分布は，速度 $\mathbf{u} = (u, v)$ を用いて，次のナビエ・ストークス方程式を解くことにより求められる．

$$\nabla p = -\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \frac{1}{Re}\nabla^2 \mathbf{u}. \tag{8}$$

ここで，2次元場における流速 (u, v) は，流れ関数を用いて

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \tag{9}$$

と表される．圧力の基準値として，周期流路入口の中心点で $p = 0$ とする．

3. 数　値　計　算

数値計算は，差分法を用いて行う．渦度輸送方程式を時間微分項に2次のアダムス・バッシュフォース法，空間微分項に2次精度の中心差分を用いて差分化する．ポアソン方程式に対しては2次精度の中心差分を用いて差分化する．ポアソン方程式の解法には，逐次過緩和法 (SOR 法) を用い，加速係数 ϵ には $\epsilon = 1.5$ を採用する．また，SOR 法における収束判定は各格子点における流れ関数の最大残差が 10^{-5} 以下のときに収束したものとみなす．初期条件は，$t = 0$ において $\psi = \omega = 0$ として計算を行う．

数値シミュレーションで得られる解を特徴づける代表量として，ここでは $(x, y) = (L/2 + l/2, -0.5)$ における y 方向の速度 v を用いる．v が連続する時間ステップに対して，その相対残差が 10^{-7} 以下となったとき，流れ場は定常であると判断し計算を終了する．v が時間的に周期変動している場合には，隣り合う最大振幅の相対残差が 10^{-4} 以下となったとき十分周期的であると判断する．

計算精度のチェックは，流路形状 $L = 6.6, l = 2.2, a_u = 1, a_l = 2$，レイノルズ数 $Re = 525$ に対して行った．時間刻みおよび格子刻みは，(i)$\Delta t = 0.001, \Delta x = \Delta y = 0.05$ と (ii) $\Delta t = 0.0001, \Delta x = \Delta y = 0.04$ の2通りを用い，刻みの影響を調べた．このとき，速度 v の収束値は (i) の場合には $v = 2.620 \times 10^{-3}$，(ii) の場合には $v = 2.616 \times 10^{-3}$ であり，それらは0.2%以内でよく一致した．そこで，本研究ではレイノルズ数が $Re \leq 500$ の場合には (i) を用い，$Re > 500$ では (ii) を用いて計算を行う．

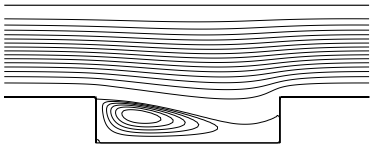
さらに，速度からその収束値を減じた撹乱速度 v' の時間挙動が，$v' \sim \exp(\sigma t)\mathrm{Re}[\hat{v}\exp(2\pi i \Omega t)]$ に従うとして求めた，減衰率 σ と振動数 Ω は，$\sigma = -4.625 \times 10^{-2}$, $\Omega = 0.1415$ となる．Ghadder et al.[6] は，流路形状 $L = 6.6666, l = 2.2222, a_u = 1, a_l = 2.1111$ の場合について，$\sigma = -4.3 \times 10^{-2}$, $\Omega = 0.142$ を得ている．これらを著者等の値と比較すると若干異なるが，この原因は本報においては等間隔メッシュを用い，Ghadder et al.[6]はスペクトル法を用いているために，全く同じ流路形状で計算することができなかったためである．

4. 結　　果

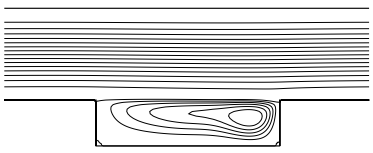
数値解析は，流路形状パラメータの中で $L = 8$, $l = 4$, $a_l = 2$ と固定し，$a_u = 0, 0.5, 1, 2, 3$ の5通りについて行う．

4·1　流れ場

4·1·1　定常流　　図2に，$a_u = 1, Re = 50, 380$ の場合の定常状態の流線を示す．流れは，十分発達しており流路と同じく周期 L を持つ．$a_u = 1$ は，下方の平板のみに凹面を設けた場合で，流路は非対称になっている．$Re = 50$ の場合には，凹面上流側に循環渦が見られ，主流が凹面下流側で凹面に進入する．レイノルズ数 $Re = 380$ では，循環渦が大きく成長し凹面のすべてを占めるようになる．それに伴い，循環の中心が凹面下流側に移動する．$Re = 380$ では，$Re = 50$ の場合とは異なり，主流が凹面に進入することなく通過し，単純な平板間流れの速度分布と同じように流線は平行流に近づく．それと同時に，主流と拡大部との間には，剪断層が形成されることがわかる．$a_u = 1$ の流路形状については，他の a_u の場合とは異なり，これまでにもよく研究が行われており，ここで示された現象は，これまでに行われた他の研究結果[6] [7] [10] [11]と定性的に良く一致している．



(a) $Re = 50$

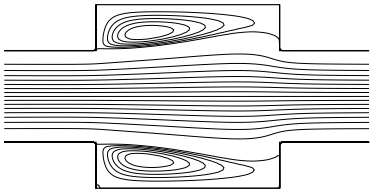


(b) $Re = 380$

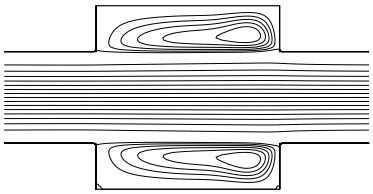
Fig. 2　Flow patterns for $a_u = 1$

次に，$a_u = 2, Re = 50, 260$ の定常状態の流線を図3に示す．$a_u = 2$ の流路は中心軸に関して対称である．Mizushima et al.[12]は，1個の対称な凹面をもつ流路に対して $l/(a_u + a_l) > 2.3$ の場合には，レイノ

ルズ数が大きくなるとピッチフォーク分岐が生じ，片方の凹面に偏流した非対称な定常流が生じることを示している．今の場合には $l/(a_u + a_l) = 2$ であり偏流は起こらず，流線は中心線に関して対称となる．ここでも，凹面には循環渦領域が存在し，$Re = 50$ の場合には，渦領域に挟まれた主流は凹面終端付近で広がり凹面に進入する．レイノルズ数 $Re = 260$ になると，$a_u = 1$ の場合と同じように凹面の循環渦は成長し凹面すべてを占めるようになり，循環中心は凹面下流側に移動し，主流と凹面の間に剪断層が形成される．

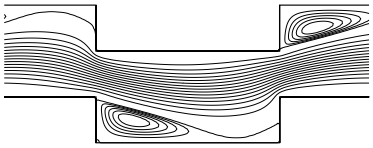


(a) $Re = 50$

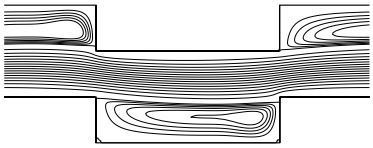


(b) $Re = 260$

Fig. 3　Flow patterns for $a_u = 2$



(a) $Re = 50$

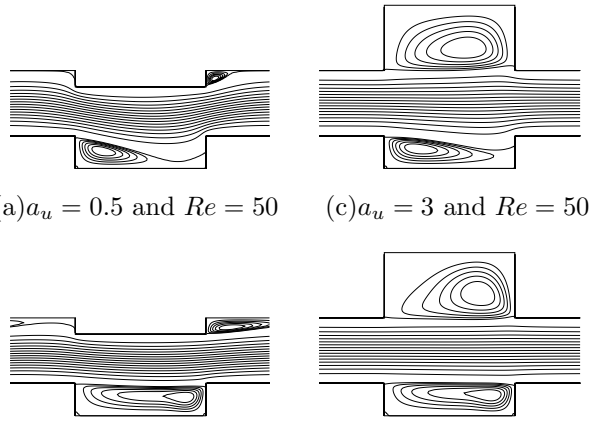


(b) $Re = 100$

Fig. 4　Flow patterns for $a_u = 0$

図 4 に，$a_u = 0, Re = 50, 100$ の定常様態の流線を示す．この場合，流路は下方の平板に凹面，上方の平板に凸面をもち非対称となる．図 4(a) に見られるように，$Re = 50$ の流線では，主流は流路に沿って蛇行しており，凹面の奥部にまで進入する．レイノルズ数 $Re = 100$ になると，凹面の循環流は凹面全域に達し，主流は平行流に近づく．この場合には，上方平板が凸面になっているため，図 4(b) に見られるように，主流は元の平板のほぼ半分の領域を流れることになる．

図 5 に，$a_u = 0.5$ と 3 の定常流の流線を示す．これらの場合にも，$a_u = 0, 1, 2$ の場合と同じ傾向にある．



(a)$a_u = 0.5$ and $Re = 50$　(c)$a_u = 3$ and $Re = 50$

(b)$a_u = 0.5$ and $Re = 230$　(d)$a_u = 3$ and $Re = 240$

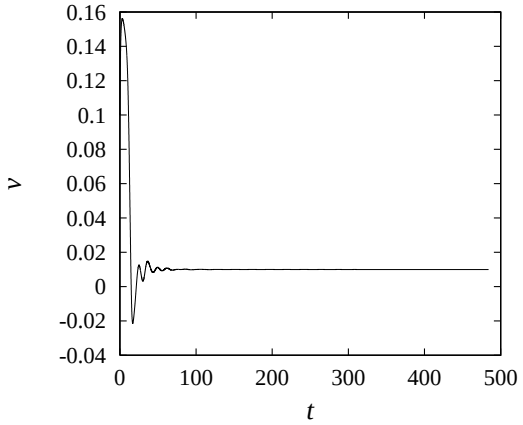
Fig. 5　Flow patterns for $a_u = 0.5$ and 3

4·1·2　振動流　一般に，レイノルズ数がさらに大きくなると，定常流は不安定となり分岐が生じて振動流となる．この定常流から振動流へと分岐するときのレイノルズ数を臨界レイノルズ数 Re_c と呼ぶ．図 6 に，$a_u = 2, Re = 250, 350$ の場合について，$(x, y) = (L/2 + l/2, +0.5)$ における y 方向の速度 v の時間変化を示す．$Re = 250$ では，速度は時間の経過とともに一定値に収束し流れは定常となる．一方，$Re = 350$ では速度 v は十分時間が経過すると，速度変動の最大値と最小値の間を一定の変動幅を保ちつつ周期的に変動し，流れが振動流になることがわかる．したがって，定常流が振動流へ分岐する臨界点 Re_c は，$250 < Re < 350$ の範囲に存在することがわかる．

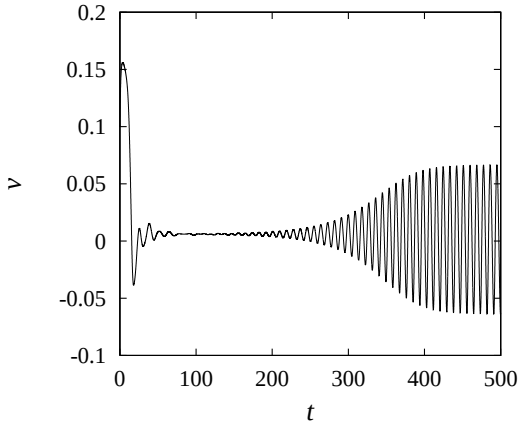
速度変動の振幅とレイノルズ数との関係を明らかにするために，図 7 に速度変動の振幅の自乗 $A = |v - \bar{v}|^2_{max}$ をレイノルズ数に対して示す．ここで，$\bar{v}$ は時間平均値である．流れが定常流の場合には $A = 0$ となるが，流れが振動すると $A \neq 0$ となるので，$A = 0$ から $A \neq 0$ となる点が臨界点である．臨界点近傍で

$$A \sim (Re - Re_c) \tag{10}$$

なる関係が成り立つとき，定常流から振動流への分岐はホップ分岐であることが知られている[13]．$a_u = 1$ の場合には，臨界点近傍で式 (10) の関係式が成り立ち，ホップ分岐が生じることが示されている[6] [7]．図 7 に，臨界点近傍の A を最小自乗法で近似したものを一点鎖線で示すと，臨界点近傍では式 (10) の関係が



(a) $Re = 250$



(b) $Re = 350$

Fig. 6　Time evolution of v for $a_u = 2$

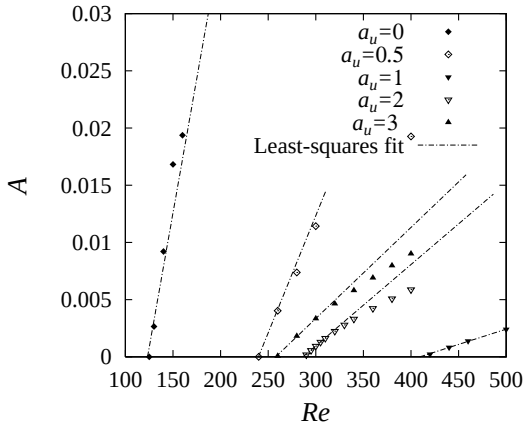


Fig. 7　Bifurcation diagrams for various a_u

成り立っており，本計算においても定常流から振動流への分岐は，ホップ分岐であることがわかる．各 a_u に対する臨界レイノルズ数 Re_c と臨界振動数 Ω_c を表 1 に示す．なお，それらの値と $a_u \to -1$ の極限では流路が塞がるため $Re_c \to 0$ であると仮定すると，$a_u \geq 1$ と $a_u \leq 1$ のそれぞれの場合について以下の近似式が得られる．

Table 1　Critical Reynolds numbers Re_c and frequencies Ω_c for various expansion ratios a_u

a_u	Re_c	Ω_c
3	258	0.115
2	289	0.113
1	409	0.115
0.5	240	0.113
0	123	0.147

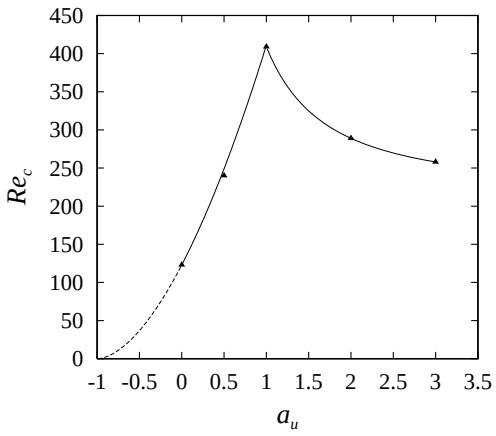


Fig. 8　Critical Reynolds numbers for various a_u

$$Re_c = 187{a_u}^{-1.43} + 222 \quad \text{for } 1 \leq a_u \leq 3. \tag{11}$$

$$Re_c = 123(a_u + 1)^{1.74} \quad \text{for } 0 \leq a_u \leq 1. \tag{12}$$

これらは，図 8 に示すように，計算結果と $0 \leq a_u \leq 3$ の範囲では 4%以内の相対誤差で良く一致する．

定常流から振動流への分岐はホップ分岐であることがわかった．次に，定常流が振動流に分岐した後の流線のパターンを調べる．Ghadder et al.[6] は，平板の片方に凹面を設けた場合 ($a_u = 1$) について数値解析を行い，定常流から振動流への分岐を引き起こす撹乱波のモードは平行平板間流路流れを不安定にするトルミーン・シュリヒティング波 (以後 T-S 波と呼ぶ) に一致することを，撹乱波の波数 $\alpha = 2\pi n/L$ と振動数 Ω およびレイノルズ数の関係から明らかにした．また，振動流の場合にも撹乱のモードは T-S 波に一致することを示した．ここで，n は流路 1 周期長さ当たりに存在する波の個数を表す．

本報では，a_u が 0 と 2 の振動流における流線のパターンについて述べる．図 9, 10 に a_u が 0 と 2 のそれぞれに対して，流線の瞬間パターンを，臨界レイノルズ数よりわずかに大きなレイノルズ数に対して任意の時刻 $t = t_0$ から 6 分の 1 周期ずつ 1 周期にわたり描いたものを示す．図 9(a)-(f) に示される $a_u = 2$ の

流線においては，主流に生じた波の影響で，凹面の循環渦流が凹面後端に押しつけらるように移動し，それと同時に上流側に新しい渦が形成されるという過程を繰り返す．上方の凹面と下方の凹面では，主流の波の位相が逆であるために半周期ごとに，上下の凹面で同じ現象が起こる．図 10(a)-(f) に見られる $a_u = 0$ の流線においても，$a_u = 2$ の場合と同じように上方の凹面と下方の凹面では，循環流の移動が半周期づつ交互に起こっていることがわかる．

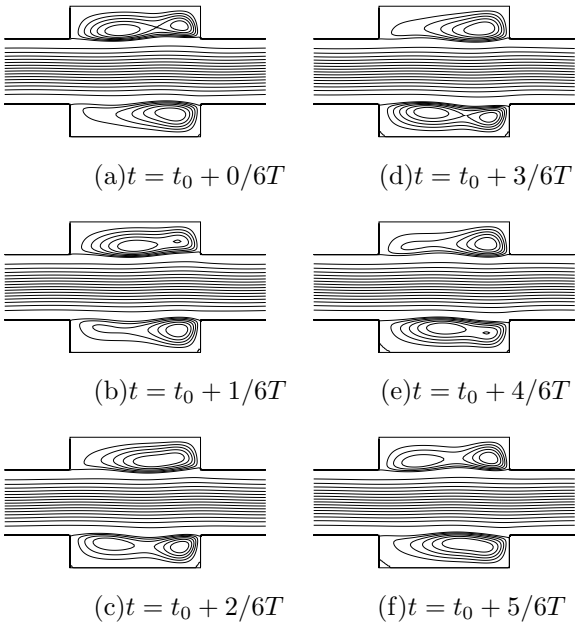


Fig. 9 Flow patterns of the oscillatory flow during one cycle for $a_u = 2$ at $Re = 300$

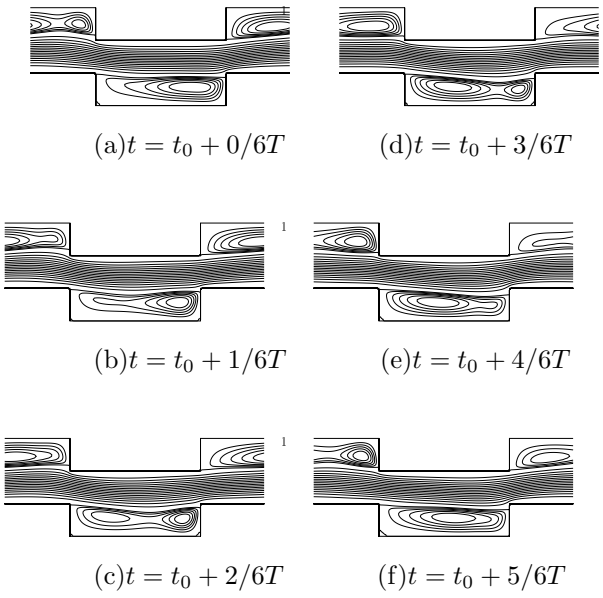


Fig. 10 Flow patterns of the oscillatory flow during one cycle for $a_u = 0$ at $Re = 130$

図 11, 12 に，瞬間場を 1 周期にわたり時間平均した平均場の流線を a_u が 0 と 2 の場合それぞれについて示す．平均場の流線は，分岐が生じる直前の定常流の流線とほぼ同じである．図 13, 14 に，瞬間場から平均場を差し引いた撹乱場のみの流線を $a_u = 0$ と 2 の場合についてそれぞれ示す．Re が Re_c より大きくなると，図 13, 14 に見られる撹乱場が成長し分岐が生じる．撹乱場の流線図には，1 流路周期当たり 1 対の渦が 2 個存在し，これらの渦は時間の進行とともに下流に進行することがわかる．$a_u = 2$ で $Re = 300$ の場合には, $\alpha = 1.571, \Omega = 0.113$ である．一方，平行平板間流路 ($a_u = a_l = 1$) の場合には，$Re = 300$, $\alpha = 1.571$ で $\Omega = 0.121$ となる．それで，$a_u = 2$ の場合にも撹乱波は T-S 波と見なすことができる．$a_u = 0$ の場合にも波数と振動数およびレイノルズ数の関係から，撹乱波は T-S 波と見なすことができ，他の a_u についても同様のことが言える．平行平板間流路の場合には，T-S 波は $Re > 5772$[14] で増幅されるが，周期的な凹凸を流路内に設けた場合には，振動流への分岐がかなり小さいレイノルズ数で生じることがわかる．これは，平板と凹凸部の間に存在する剪断層で生じるケルビン・ヘルムホルツ不安定が，T-S 波を励起したためと考えられる．

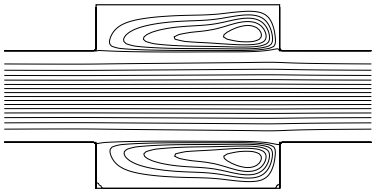


Fig. 11 Time averaged flow patterns of one cycle for $a_u = 2$ at $Re = 300$

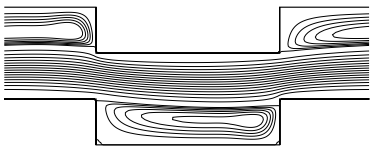


Fig. 12 Time averaged flow patterns of one cycle for $a_u = 0$ at $Re = 130$

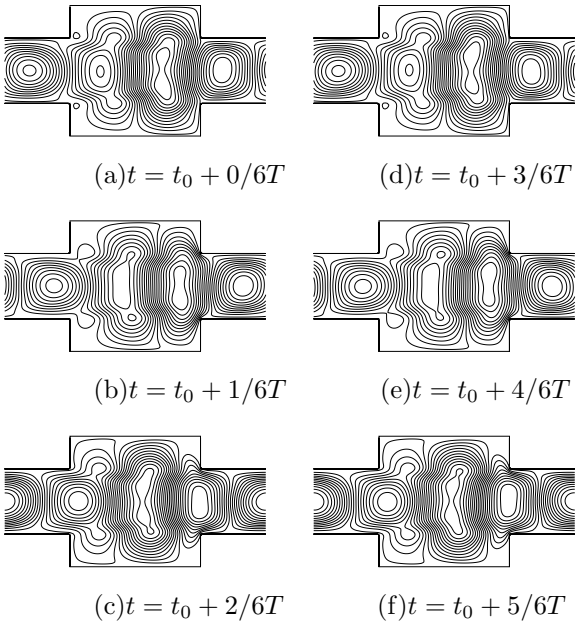


Fig. 13　Streamlines of disturbances for $a_u = 2$ at $Re = 300(Re_c \fallingdotseq 289)$

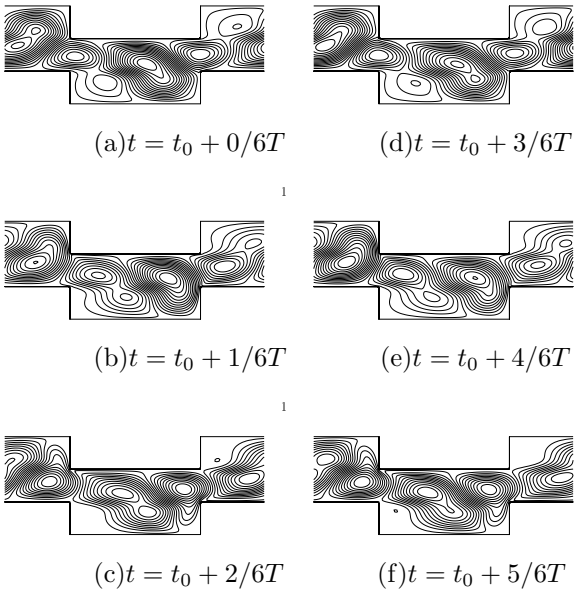


Fig. 14　Streamlines of disturbances for $a_u = 0$ at $Re = 130(Re_c \fallingdotseq 123)$

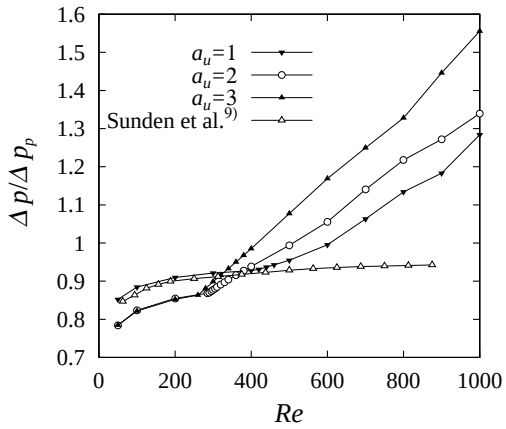
4·2　圧力損失　　凹凸の形状が圧力場の特性に与える影響を調べるために，圧力損失 Δp および圧力損失係数 λ を次式で定義する．

$$\Delta p = \frac{(p_i^* - p_o^*)}{\rho^* U^{*2}} = p_i - p_o, \tag{13}$$

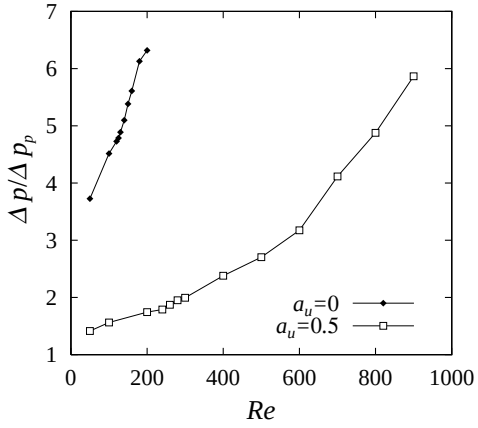
$$\lambda = \Delta p \frac{h^*}{L^*} = \frac{\Delta p}{L}. \tag{14}$$

ここで，p_i および p_o は周期流路入口および出口における平均圧力である．流れが時間的に振動する場合には，上記の物理量の時間平均値を用いることにする．

周期的な凹凸を有する流路流れの圧力損失 Δp と幅 $2h^*$ の平行平板間流路の圧力損失 Δp_p の比 $\Delta p/\Delta p_p$ とレイノルズ数の関係を $a_u = 0, 0.5, 1, 2, 3$ について図 15 に示す．ここで，平行平板間流路の圧力損失は層流の場合には，平面ポアズイユ流の速度分布 $u = 1 - y^2$，$v = 0$ から，$\Delta p_p = 2L/Re$ と求められる．図 15(a) に見られるように，$a_u = 1, 2, 3$ の場合には，$Re < Re_c$ において，平行平板間流路に対する圧力損失の比は 1 以下となり，凹面の存在が圧力回復器[6]の役割をすることがわかる．これは，凹面と主流との間の剪断層において，摩擦応力が減少することに起因すると考えられる．また，$a_u = 2$ と $a_u = 3$ の場合の圧力損失比は $Re < 300$ ではほぼ一致し，a_u の影響が少ないことがわかる．



(a) For the channel with expanded part



(b) For the channel with contracted part

Fig. 15　The pressure drop ratio

一方，$Re > Re_c$ においては，レイノルズ数が増加するにともない，圧力損失比は 1 を越えるようになる．Ghadder et al.[6]は，ホップ分岐の臨界点近傍では，速度変動の振幅が $\sqrt{Re - Re_c}$ に比例することとレイノ

ルズ応力が速度変動の振幅に関して 2 次で表されることおよび圧力損失比が $(Re - Re_c)$ に比例することから，圧力損失の増大は，レイノルズ応力の効果が増大するためと報告している．本研究結果においても，速度変動の振幅の自乗 A は，$(Re - Re_c)$ に対してほぼ線形に増加することと振動流における時間平均流と定常流の流れ場がほぼ同じであることから，圧力損失の増加はレイノルズ応力のみに依存していると考えられる．すなわち，振動の発生がレイノルズ応力の効果を顕著にさせ圧力損失の増大を招くと考えられる．

一方，a_u が 0 と 0.5 の場合には，図 15(b) に示されるように，圧力損失の比が 1 より大きくなっており，レイノルズ数の増加とともに増大する．$a_u = 0$ の場合には，流れが流路の形状に沿って蛇行していることと，主流が幅 $2h^*$ の平板のほぼ半分の領域を流れることから流速が大きくなることにより，凹凸面との摩擦が単純な平行平板間流路の場合よりも増加することになり，圧力損失が大きくなったと考えられる．

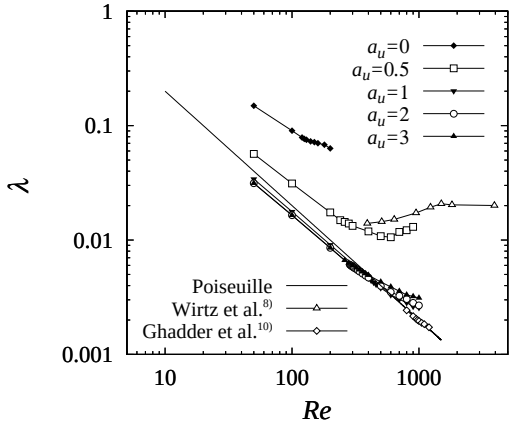


Fig. 16　Coefficients of the pressure drop

さらに，それぞれの流路形状に対する圧力損失係数 λ とレイノルズ数の関係を図 16 に示す．平行平板間流路の圧力損失係数は，層流の場合にはレイノルズ数に反比例し，$\lambda = 2/Re$ となる．図 15 の圧力損失に見られたのと同じように，ここでも $a_u = 1, 2, 3$ の場合には，$Re < Re_c$ に対しては平行平板間流路よりも損失係数が小さく，$Re > Re_c$ に対しては大きくなっている．a_u が 0 と 0.5 の場合には，圧力損失係数は常に平行平板間流路の値よりも大きくなっている．また，比較のため平板に V 字型の拡大部を設けた Wirtz et al.[(8)] による実験結果も同時に示す．この V 字型流路における臨界点は，$Re_c = 177$ であり，図には遷移域から乱流状態における圧力損失係数が示されている．そのため，流体が十分混合されており，圧力損失係数は大きな値を示している．

5. 結　　論

ここでは，プレート式熱交換器のモデルとして，平行平板に流れ方向に周期的に凹凸が配置された 2 次元流路を考え，流体自励振動が生じる臨界レイノルズ数と圧力特性とが凹凸の形状に依存してどのように変化するかを数値的に調べ，以下の結論が得られた．

- 流れが，定常流から振動流に分岐する臨界レイノルズ数 Re_c を凹凸の形状に対して求め，臨界レイノルズ数を凹凸形状パラメーターの関数とする無次元式 (式 (11) と式 (12)) が得られた．
- 臨界点では，凹凸面と主流との間の存在する剪断層によって誘起された T-S 波がホップ分岐を生じさせることがわかった．
- 平行平板に周期的な凹面を設けると，$Re < Re_c$ では圧力損失が単純な平行平板間流路の場合に比べて減少し，振動流の発生とともに圧力損失は増加し，$(Re - Re_c)$ の増加とともに増大することがわかった．
- 平行平板に周期的な凸面を設けると，圧力損失は平行平板間流路の場合に比べて増加し，レイノルズ数の増加とともに増大することがわかった．

文　　献

(1) Kakac, S., Shah R.K. and Aung W. , Handbook of Single-Phase Convective Heat Transfer, (1987), §17, A Wiley-Interscience Publication.

(2) Kumar, S.G.R. Narayana, P.A.A. Seetharamu, K.N. Ramaswamy, B., ,Int. J. Numer. Methods Fluids, **9**(1989), 1165-77.

(3) Kelkar, K.M. and Patankar, S.V., ASME J.Heat Transf., **109**(1987), 25-30.

(4) Yuan, Z.X., Tao, W.Q. and Wang, Q.W., Int.J.Numer.Meth.Fluids, **28**(1998), 1371-1387.

(5) Wang, L.B. and Tao, W.Q., ,Int. J. Heat Mass transf., **38**(1995), 3053-3063.

(6) Ghaddar, N.K. Korczak, K.Z. Mikic, B.B. and Patera, A.T., J.Fluid Mech. ,**163**(1986), 99-127.

(7) Pereira, J.C.F. Sousa, J.M.M., J. Comput. Phys. ,**106**(1993),19-29.

(8) Wirtz, R.A. Huang, F. and Greiner M., ASME J.Heat Transf., **121**(1999), 236-239.

(9) Sparrow E. M. and Tao W. Q., ASME J. Heat Transf., **105**(1983), 851-861.

(10) 西村龍夫・ほか 2 名, 機論, **62**-598, B(1996), 2106-2112.

(11) 西村龍夫・ほか 2 名, 機論, **63**-609, B(1997), 1707-1712.

(12) Mizushima, J. Yamaguchi, H. Okamoto, H., Phys. Fluids, **8**(1996), 2933-2942.

(13) Drazin P. G. and Reid W. H., Hydrodynamic Stability, (1981), §7, Cambridge University Press.

(14) S. A. Orzsag, J. Fluid Mech., **50**(1971), 689-703.